

**Wybrane metody
cyfrowego przetwarzania sygnałów
z przykładami programów w Matlabie**



NR 3309

Piotr Porwik

**Wybrane metody
cyfrowego przetwarzania sygnałów
z przykładami programów w Matlabie**

Redaktor serii: Informatyka i Inżynieria Biomedyczna
Mariusz Boryczka

Recenzent
Michał Woźniak

Spis treści

1. Przedmowa	9
2. Algebra liniowa. Pojęcia podstawowe	13
2.1. Macierze	13
2.1.1. Działania na macierzach	14
2.1.2. Rodzaje macierzy	15
2.2. Przestrzeń liniowa	18
2.2.1. Przestrzeń euklidesowa	21
2.2.2. Ortogonalizacja Grama–Schmidta	23
2.2.3. Metryka przestrzeni	24
2.2.4. Baza i wymiar przestrzeni liniowej	26
3. Preliminaria	31
3.1. Arytmetyka modularna. Kongruencje	31
3.2. Zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa	33
3.3. Chińskie twierdzenie o resztach	35
3.4. Notacja O	37
4. Dyskretne reprezentacje deterministycznych sygnałów ciągłych	41
5. Wybrane dyskretne transformacje i transformaty	51
5.1. Transformata (widmo)	52
5.2. Dyskretna transformacja Fouriera	59
5.2.1. Jednowymiarowa transformacja Fouriera	60
5.2.2. Szybka dyskretna transformacja Fouriera	67
5.2.3. Dwuwymiarowa transformacja Fouriera	81
5.3. Dyskretna transformacja kosinusowa	85
5.3.1. Jednowymiarowa transformacja kosinusowa	86
5.3.2. Jednowymiarowa szybka transformacja kosinusowa	91
5.3.3. Dwuwymiarowa transformacja kosinusowa	94

5.4.	Dyskretna transformacja sinusowa	96
5.4.1.	Jednowymiarowa transformacja sinusowa	96
5.4.2.	Jednowymiarowa szybka transformacja sinusowa	102
5.4.3.	Dwuwymiarowa transformacja sinusowa	106
5.5.	Funkcje i transformacja Hartleya	107
5.5.1.	Dyskretna jednowymiarowa transformacja Hartleya	109
5.5.2.	Dyskretna szybka transformacja Hartleya	113
5.5.3.	Dyskretna dwuwymiarowa transformacja Hartleya	115
5.6.	Transformacja Gooda–Thomasa	116
5.7.	Funkcje i transformacja Vilenkina–Chrestensona	122
5.7.1.	Funkcje Vilenkina–Chrestensona	122
5.7.2.	Dyskretna szybka transformacja Vilenkina–Chrestensona	128
5.8.	Funkcje i transformacje Walsha	129
5.8.1.	Dyskretnne funkcje Walsha	134
5.8.2.	Dyskretna jednowymiarowa transformacja Walsh–Hadamarda	138
5.8.3.	Dyskretna szybka transformacja Walsh–Hadamarda	140
5.8.4.	Dyskretna dwuwymiarowa transformacja Walsha	144
5.8.5.	Binarne funkcje Walsha	147
5.9.	Funkcje i transformacje Haara	148
5.9.1.	Dyskretnne funkcje Haara	151
5.9.2.	Dyskretna jednowymiarowa transformacja Haara	153
5.9.3.	Dyskretnne szybkie transformacje Haara	154
5.9.4.	Dyskretna dwuwymiarowa transformacja Haara	165

6. Wybrane zastosowania

	dyskretnego przetwarzania danych	167
6.1.	Transformacje w zastosowaniach przetwarzania obrazów 2D	168
6.2.	Transformacja z falką Haara	182
6.3.	Widmowa analiza binarnych funkcji boolowskich	189
6.4.	Porządkowanie Binarne Diagramu Decyzyjnego	205

7. Zakończenie	215
Literatura	217
Summary	221
Zusammenfassung	221

1. Przedmowa

Próby zastępowania sygnału analogowego sygnałem cyfrowym są podejmowane od wielu lat. Zalety sygnału cyfrowego są niezaprzeczalne, to powoduje, że w ostatnich latach wprost lawinowo rośnie liczba urządzeń przetwarzających sygnał w sposób cyfrowy. Obecnie jest to już konstatacja trywialna. Sygnałem może być ciąg próbek wyodrębnionych z sygnału ciągłego lub inny dyskretny zbiór danych – na przykład komputerowy obraz w formacie bitmapy. Należy jednak sobie uświadomić, że dane cyfrowe są ściśle powiązane z sygnałami analogowymi, które przecież powszechnie występują w przyrodzie. Dane cyfrowe są przeważnie odpowiednio pobieranymi w procesie próbkowania chwilowymi wartościami sygnału analogowego. Dane tego typu można zapisywać w postaci wektorów, gdzie współrzędna wektora stanowi pojedynczą wartość próbki. Dziedziną i zbiorem wartości każdego sygnału cyfrowego są wartości dyskretne, a te można modelować w przestrzeniach wektorowych. Metody korzystające z pojęć przestrzeni wektorowej, podobnie jak metody przestrzeni funkcyjnych, umożliwiają reprezentację danych za pomocą kombinacji liniowej wektorów bazowych. Dobór odpowiedniego zbioru wektorów bazowych (bazy) może być dokonywany różnie. Taki sposób opisu sygnału pierwotnego oznacza zawsze jego reprezentację za pomocą skończonego zbioru współczynników odpowiadającej mu kombinacji liniowej wektorów bazy. Współczynniki te nazwane są również współczynnikami widmowymi względem rozpatrywanych funkcji bazowych. Ich uporządkowany zbiór jednoznacznie reprezentuje sygnał pierwotny. Analiza tych współczynników – ich wartości i miejsca wystąpienia – pozwala na odkrywanie cech sygnału, co może być utrudnione lub niemożliwe w bezpośredniej obserwacji danych pierwotnych. Wymienione zagadnienia są między innymi tematem niniejszej monografii. Chociaż teoria i praktyka przetwarzania analogowego i cyfrowego wzajemnie się przenikają, o czym będzie mowa w dalszej części pracy, to przedstawione zagadnienia dotyczą cyfrowej analizy danych, z uwzględnieniem praktycznej wiedzy wynikającej z informacji o rozkładzie współczynników widmowych.

Niniejsza książka jest adresowana do tych Czytelników, którzy zainteresowani są metodami analizy sygnałów cyfrowych. Pierwsza część monografii ma charakter teoretyczny, omówiono w niej wybrane sposoby transformacji sygnałów dyskretnych w różnych bazach, w których funkcjami bazowymi mogą być zarówno funkcje trygonometryczne, jak również funkcje odcinkowo-stałe o odpowiednich własnościach. Rozważania teoretyczne znajdują wiele praktycznych zastosowań. Firmy produkujące zintegrowane systemy obliczeniowe zainteresowane są przyspieszaniem pracy komputerów. Nowe rekonfigurowalne architektury sprzętowe oparte na układach FPGA (ang. *Field Programmable Gate Arrays*) pozwalają na wręcz skokowe przyspieszenie obliczeń, gdyż wiele opisanych w tej książce algorytmów można realizować sprzętowo. Omówione techniki obserwacji sygnałów znajdują zastosowanie w analizie dźwięku, systemach wizyjnych, przetwarzaniu obrazów, filtracji cyfrowej i wielu innych.

Rozważania teoretyczne objaśniane są za pomocą przykładów rachunkowych i kompletnych programów komputerowych, realizujących wybrane algorytmy. Wywody teoretyczne pozwalają bardziej dociekliwemu Czytelnikowi na śledzenie przekształceń matematycznych, które w efekcie końcowym umożliwiają konstrukcję odpowiednich algorytmów i ich zapis w języku programowania.

Dla realizacji programów komputerowych wykorzystano znane środowisko programistyczne Matlab, przeznaczone do zapisu algorytmów, wizualizacji, analizy danych oraz obliczeń numerycznych. W rozwiązaniach programowych zastosowano środowisko Matlab ver. 7.0, ale programy mogą być również uruchamiane w najnowszych wersjach programu Matlab. Można również korzystać z odpowiedników Matlab, udostępnianych na licencji FLOSS (ang. *Free Open Source Software*), takich jak Octave czy Scilab.

Od Czytelnika wymaga się jedynie podstawowych umiejętności programowania, gdyż Matlab dostarcza wiele gotowych funkcji i procedur wywoływanych pojedynczym poleceniem. Czytelnikom nieznanymi programowi Matlab można polecić wiele prac opisujących wyczerpująco to środowisko programistyczne od strony formalnej i praktycznej [10, 22, 27, 39].

W drugiej części monografii pokazano, w jaki sposób wiedzę teoretyczną zastosować do rozwiązywania niektórych zadań inżynierskich. Tym zagadnieniom poświęcony został rozdział ostatni, w którym pokazano zastosowania transformacji jedno- i dwuwymiarowych w wydobywaniu kierunkowych szczegółów obrazu rzeczywistego. W tym samym rozdziale przedstawiono również sposoby analizy binarnych funkcji boolowskich metodami widmowymi oraz sposoby rozszerzania tego typu funkcji do form pełnych.

Część prezentowanych tutaj materiałów była wykorzystywana w trakcie prowadzonych przeze mnie wykładów dla studentów studiów informatycznych w Instytucie Informatyki, na Wydziale Informatyki i Nauki o Materiałach Uniwersytetu Śląskiego. Zatem książka ta może służyć także jako podręcznik.

Uważny Czytelnik dostrzeże, że prezentowana w niniejszej monografii tematyka została omówiona w sposób szczegółowy, a ujęcie poszczególnych partii materiału nie wymaga studiowania literatury dodatkowej. Autor ma nadzieję, że zdołał zrealizować przyjęte założenie, by każdy z rozdziałów stanowił zamkniętą całość, którą można studiować niezależnie. Przyjęcie takiej formuły pozwoli Czytelnikowi skupić się na poznawaniu opisywanych w kolejnych rozdziałach zagadnień, bez konieczności poszukiwania literatury uzupełniającej. Niezbędne pozycje literaturowe są oczywiście w odpowiednich miejscach przywoływane, pozwalając dociekliwemu odbiorcy na lekturę dodatkowych prac. Załączona na końcu książki bibliografia ma zarówno wskazać prace, na podstawie których dokonywano wywodów teoretycznych, jak i skłonić Czytelnika do dalszej lektury.

W tym miejscu chcę podziękować dr. hab. Michałowi Baczyńskiemu z Instytutu Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach za dyskusje dotyczące różnych zagadnień opisywanych w tej książce.

Niniejsza praca przybrała ostateczny kształt dzięki szczegółowym uwagom Recenzenta prof. dr. hab. inż. Michała Woźniaka z Politechniki Wrocławskiej, za które jestem Mu niezmiernie wdzięczny.

Książkę pragnę zadedykować Żonie Teresie oraz moim Córkom Monice, Ewie i Marcie. To One wspierały mnie w pracy nad niniejszą monografią. Jestem Im za to niezmiernie wdzięczny i wiem, że nie oddadzą tego żadne słowa. Tuż przed ukończeniem pracy nad książką Monika urodziła synka Adasia. Po raz pierwszy zostałem dziadkiem. To sprawiło, że postanowiłem szybko, z oczywistych względów, ukończyć monografię. Tak więc również Adaś przyczynił się do jej wydania.

Piotr Porwik

Selected Methods of Digital Signal Processing with Programs in Matlab

S u m m a r y

The aim of the present monograph is to discuss the theory of digital signal processing and examples of algorithms describing both the theory and practical implementations. The proposed algorithms were implemented in a form of programs written in the Matlab language. The book consists of two parts. Part One presents the theory of spectral analysis of signals used herein, which is next illustrated by examples of spectral analysis and spectral synthesis algorithms. Part Two of the monograph is devoted to the presentation of algorithms utilized in the process of implementing the discussed theory. First, theoretical bases for processing discrete signals are outlined. Then, the readers are provided with definitions and the mathematical derivations which facilitate the understanding of all the functional algorithms described in the monograph. Part Two contains an overview of various implementations of the previously discussed theory in the areas of image processing and spectral analysis of Boolean functions, by proving the respective theorems. The theorems should facilitate the formulation of corresponding algorithms for image and Boolean functions analysis.

Ausgewählte Methoden der digitalen Signalverarbeitung mit Programmen in Matlab

Z u s a m m e n f a s s u n g

Ziel der hier vorliegenden Monographie ist die Erörterung der Theorie der digitalen Signalverarbeitung sowie der Beispiialgorithmen die sowohl die Theorie als auch die praktische Durchführung beschreiben. Die vorgeschlagenen Algorithmen wurden implementiert in Form von Programmen, die in der Programmiersprache Matlab erstellt wurden. Das Buch setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil stellt die Theorie der Spektralanalyse der verwendeten Signale vor, welche wiederum durch Beispiele von Spektralanalysen und spektralen Synthesealgorithmen veranschaulicht werden. Im zweiten Teil der Monographie werden die Algorithmen präsentiert, die im Implementierungsprozess der zuvor erörterten Theorie verwendet wurden. Zuerst werden die theoretischen Grundlagen für die Verarbeitung diskreter Signale beschrieben. Dann werden den Lesern Definitionen und mathematische Ableitungen bereitgestellt, die das Verständnis für die in dieser Monographie beschriebenen Algorithmen erleichtern. Der zweite Teil enthält einen Überblick über verschiedenen Implementierungen der zuvor diskutierten Theorie auf dem Gebiet der Bildverarbeitung und Spektralanalyse von Booleschen Funktionen, wobei die entsprechenden Theoreme nachgewiesen werden. Die Theoreme sollten die Formulierung von entsprechenden Algorithmen zur Bild- und Booleschen Funktionsanalyse erleichtern.

Redaktor: Barbara Todos-Burny
Projektant okładki: Magdalena Starzyk
Redaktor techniczny: Barbara Arenhövel

Copyright © 2015 by
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Wszelkie prawa zastrzeżone

ISSN 0208-6336

ISBN 978-83-8012-483-7
(wersja drukowana)

ISBN 978-83-8012-484-4
(wersja elektroniczna)

Wydawca
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
ul. Bankowa 12B, 40-007 Katowice
www.wydawnictwo.us.edu.pl
e-mail: wydawus@us.edu.pl

Wydanie I. Ark. druk. 14,0. Ark. wyd. 13,0.

Papier offset. kl. III, 90 g Cena 28 zł (+ VAT)

Druk i oprawa: EXPOL P. Rybiński, J. Dąbek Spółka Jawna
ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek