Skrypty Uniwersytetu Śląskiego nr 501

Jerzy Mioduszewski

WYKŁADY Z TOPOLOGII

Topologia przestrzeni euklidesowych

Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego Katowice 1994

Redaktor serii: Matematyka
PIOTR WOJTYLAK

Recenzenci
LECH GÓRNIEWICZ, HANNA PATKOWSKA

Publikacja dofinansowana
ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej

TREŚĆ

OD AUTORA 7

WYKŁAD WSTĘPNY 11

Początki topologii: mosty królewieckie • Wzór Eulera • Bryły platońskie • Rola twierdzeń o rozcinaniu

WYKŁAD 1. 21

Aksjomat Pascha • Topologia płaszczyzny • Twierdzenie Jordana-Dehna o rozcinaniu płaszczyzny przez łamaną zamkniętą • Twierdzenie o konfiguracji θ • Grafy niespłaszczalne • Twierdzenie Moore'a o triodach • Twierdzenie Schoenfliesa dla łamanych

WYKŁAD 2. 41

Geometria analityczna przestrzeni euklidesowych • Sympleks • Współrzędne barycentryczne • Podział barycentryczny sympleksu • Pewne konfiguracje i odwzorowania wzorcowe • Triangulacje • Odwzorowania symplicjalne • Realizacje triangulacji w przestrzeniach euklidesowych • Twierdzenie o aproksymacji symplicjalnej • Spostrzeżenie Lebesgue'a

ANEKS. 62

Twierdzenia o funkcjach i pokryciach • Lemat Urysohna • Twierdzenie Tietzego • Uogólnienie na wyższe wymiary • Twierdzenie Tietzego dla odwzorowań w sfery • Zmniejszanie zbiorów w pokryciach • Liczby Lebesgue'a dla pokryć • Kostka Hilberta

WYKŁAD 3. 74

Twierdzenie o nieistnieniu retrakcji sympleksu na jego brzeg • Lemat Spernera • Przestrzenie euklidesowe różniące się wymiarami nie są homeomorficzne • Twierdzenie o zamocowaniu • Twierdzenie o zachowaniu otwartości • Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym • Twierdzenie Bohla • Twierdzenie Kuratowskiego-Steinhausa • O przestrzeniach mających własność punktu stałego

WYKŁAD 4. 111
Pojęcie wymiaru pokryciowego • Wymiar sympleksu Δ^n jest równy n • Odwzorowania w nerw pokrycia • Twierdzenie Mengera-Nöbelinga o zanurzaniu w E^{2n+1} • Na temat teorii wymiaru

WYKŁAD 5. 120
Homotopia odwzorowań • Przestrzenie ściągalne • Nieściągalność sfer • Typ homotopii przestrzeni • Odwzorowania w sfery: istotne i nieistotne • Lemat Borsuka o przedłużaniu homotopii • Twierdzenie o przedłużaniu odwzorowań nieistotnych • Odwzorowania istotne na kostki • Twierdzenia Łokuciewskiego i Holsztyńskiego o punktach incydencji • Przedłużanie odwzorowań w S^n z podzbiorów domkniętych wielościanów

WYKŁAD 6. 140
Twierdzenia o rozcinaniu • Twierdzenie Borsuka o oddzieleniu punktu od nieskończoności • Twierdzenie Borsuka o rozcinaniu sfer • Twierdzenie Jordana-Brouwera • Jeszcze raz twierdzenie Brouwera o zachowaniu otwartości • Zbiór domknięty wymiaru $\leqslant n-2$ nie rozcina sfery S^n

WYKŁAD 7. 151
Powrót do twierdzenia Jordana o rozcinaniu płaszczyzny • Jeziora Wady • Twierdzenie Schoenfliesa • Nieprzenoszenie się twierdzeń schoenfliesowskich na przestrzeń trójwymiarową

WYKŁAD 8. 164
Drogi i pętle • Ich dodawanie • Równoważność • Grupa podstawowa • Izomorfizmy grup wyznaczone przez drogi • Zależność od punktu wyróżnionego • Przestrzenie jednospójne • Homomorfizmy wyznaczone przez odwzorowania ciągłe • Punkt widzenia teorii kategorii

WYKŁAD 9. 178
Pętle i drogi na okręgu • Nakrycie okręgu prostą • Podnoszenie dróg • Podnoszenie homotopii • Stopień pętli • Grupa podstawowa okręgu jest izomorficzna z grupą liczb całkowitych • Zastosowanie metody: dowód zasadniczego twierdzenia algebry • Twierdzenie Brouwera w wymiarze 2 • Nieistnienie retrakcji wstęgi Möbiusa na jej brzeg

WYKŁAD 10. 187
Nakrycia — ogólnie • Twierdzenie o podnoszeniu dróg • Twierdzenie o podnoszeniu homotopii • O podnoszeniu odwzorowań: pewne kryterium • Nieistotność odwzorowań $S^n \to S^1$ dla $n \geqslant 2$ • Przykład nakrycia: torus i płaszczyzna • Przykład przestrzeni o grupie podstawowej nieabelowej

WYKŁAD 11. 199
Powierzchnia rzutowa • Sfera jako jej nakrycie • Grupa podstawowa powierzchni rzutowej • Odwzorowania zachowujące antypodyzm • Twierdzenie Borsuka-Ulama • Twierdzenie Lusternika-Sznirelmana • Twierdzenie o kanapce

WYKŁAD 12. 208
Odwzorowania w S^1 • Metoda Eilenberga • Twierdzenia Janiszewskiego o rozcinaniu płaszczyzny • Jednosprzęgłość sfer S^n, $n \geqslant 2$

WYKŁAD 13. 214
Twierdzenia o antypodach w dowolnym wymiarze • Lemat Tuckera • Twierdzenie Lusternika-Sznirelmana • Twierdzenie o nieistnieniu odwzorowań $S^n \to S^{n-1}$ zachowujących antypodyzm • Twierdzenie Borsuka-Ulama • Kilka twierdzeń związanych z poprzednimi

WYKAZ SYMBOLI 221

WYKAZ NAZW 223

WYKAZ TWIERDZEŃ 226

AUTORZY 229

OD AUTORA

Czego nowego można się spodziewać po jeszcze jednej książce z topologii, a zwłaszcza poświęconej wielokrotnie i dobrze przedstawianym działom topologii przestrzeni euklidesowych? Zapewne niewiele i autor zdaje sobie sprawę z niewdzięcznego trudu, mimo to napisał książkę — przede wszystkim dla własnej potrzeby — ale wspomagany także niejawną zachętą słuchaczy jego wykładów, którzy bez specjalnej niechęci przyswajali tak pomyślany kurs topologii. Wykładając topologię przez wiele lat, autor nie musiał się już obawiać zarzutów o plagiat, pozwalając sobie w końcu na plagiat całkowity. Topologia przestrzeni euklidesowych jest dyscypliną ciekawą. Twierdzenia o punktach stałych, o antypodach, przykłady wspólnych brzegów itp. mają pozamatematyczne interpretacje (bo przecież nie zastosowania), o których się przyjemnie opowiada. Wykład ścisły uwidacznia jednak inny ich aspekt, a mianowicie dowody. Mają one swe źródło w geometrii, skąd poprzez „tricki" kombinatoryczne i aproksymację dochodzi się do sformułowań ciągłościowych. Na czym oszczędzić, by nie zmęczyć słuchacza, doprowadzając go jednak pełną dedukcją do twierdzeń końcowych? Trudności dowodowe dzielą się — ogólnie biorąc — na te, które należą do formalizmu i na wspomniane tricki dowodowe, których ten dział topologii ma sporo. Jedynie na tych pierwszych można oszczędzać, ale i tu autor nie ma zamiaru posuwać się aż tak daleko, aby na przykład uważać, że wszystkie, w racjonalny sposób określane, odwzorowania są ciągłe. Jeśli jednak dowód pomija, oznacza to, że ta zasada właśnie działa. Nie rozwija ani formalizmu przestrzeni liniowych (do opisu

kompleksów symplicjalnych), ani teorii grup (aby uzyskać kilka twierdzeń o grupie podstawowej). Ale nie oszczędza aż tak, by zamieszczać twierdzenia w ćwiczeniach. Wydaje się, że topologia przestrzeni euklidesowych jest na tyle interesująca, iż zamieszczanie dowodów nie oznacza nudy.

Oczywiście, niniejsza publikacja nie przygotuje czytelnika do podjęcia aktualnych badań. Autor nie stawiał sobie tego celu, wiedząc, że obszar aktualnych badań jest odsunięty tak daleko, że nawet podwojenie ilości materiału nie przybliżyłoby doń w sposób istotny.

Topologię określa się zwykle jako ogólny dział geometrii zaniedbujący w widzeniu figur takie ich szczegóły, jak wielkość i tolerujący pewne zdeformowania nie zmieniające ich istotnego kształtu. Tak mniej więcej określał topologię Listing (1847), autor pierwszej książki jej poświęconej i jeszcze długo potem inni. Trudność w dokładnym określeniu przedmiotu topologii była zapewne przyczyną tego, że została ona wyodrębniona dość późno, mimo że o problemy topologiczne ocieramy się już w *Elementach*. Topologię zapoczątkował Euler i wychodząc z niezależnych od Eulera motywacji Gauss. Od Gaussa rozwija się już nieprzerwanie.

Teoria mnogości, która w końcu XIX wieku weszła do matematyki, zmieniła — i to w zalążku — kierunek rozwoju topologii. Obiektami topologii stały się obok figur geometrii również i figury rozumiane jako zbiory punktów i odwzorowania ciągłe tych figur. Było to zasadnicze poszerzenie zakresu, a przy tym i zmiana konwencji. Nie od razu było wiadomo, czy konwencja mnogościowa wytrzyma próbę w postaci spełnienia pewnych warunków wstępnych. Prace Brouwera z lat 1909—1913 rozstrzygnęły tę wątpliwość w sposób zadowalający, ukazując możliwość rozróżnienia metodami mnogościowymi przestrzeni euklidesowych różniących się wymiarami.

Twierdzenia biorące początek z tego cyklu prac Brouwera — w postaci nadanej im później przede wszystkim przez Spernera, Aleksandrowa i Borsuka — stanowią główny przedmiot tej książki.

Są one powiązane ze sobą wielorakimi sposobami, ale istota geometryczna twierdzeń jest ześrodkowana w niewielu punktach. Odkryciem Spernera był lemat kombinatoryczno-geometryczny, który należy uznać za punkt newralgiczny teorii, zgodnie z przekonaniem, że u podstaw twierdzeń topologicznych konwencji mnogościowej leżą twierdzenia finitystyczne. Lemat Spernera jest naturalnym — jak się okazuje — środkiem w dowodzie twierdzenia o nieistnieniu retrakcji kuli euklidesowej na swój brzeg, twierdzenia znanego jeszcze Bohlowi i Brouwerowi, a którego rolę uwidoczniła teoria retraktów Borsuka. Z kolei to twierdzenie pociąga za sobą twierdzenie o topologicznym charakterze wymiaru sympleksu, którego istotą jest twierdzenie Spernera „o zamocowaniu", nazwane tu tak dlatego, że rozważane w nim pokrycie sympleksu zbiorami otwartymi idącymi od naroży ku ścianom przeciwległym daje się zamocować jednym punktem w ten sposób, jak zamocowuje się kartki papieru jednym nakłuciem szpilki.

Przy okazji tego twierdzenia pojawia się wykład, w istocie dygresja, na temat teorii wymiaru pokryciowego, którego idea pochodzi od Lebesgue'a. Dalszy ciąg stanowią twierdzenia o rozcinaniu przestrzeni euklidesowych dowiedzione mniej więcej w tym samym czasie — różnymi metodami — przez Aleksandrowa i Borsuka, przedstawione w elementarnym ujęciu Borsuka. Twierdzenie „o zachowaniu otwartości" jest w tym cyklu twierdzeń być może najważniejsze. Nie pomijamy wniosków w postaci twierdzeń o punktach stałych, chociaż nie stanowią one w tym ujęciu koniecznego ogniwa w ciągu wynikań. Twierdzenie Jordana o rozcinaniu płaszczyzny przez łamaną zamkniętą zaczyna te wykłady, a ogólna wersja tego twierdzenia je zamyka.

Nie używa się środków algebraicznych poza tymi, które są potrzebne do wyłożenia teorii grupy podstawowej w zakresie kilku ważniejszych krzywych i powierzchni. Po wprowadzeniu ogólnego pojęcia nakrycia szczegółowiej jest omawiana powierzchnia rzutowa, między innymi w tym celu, by dowieść twierdzenia Borsuka-Ulama o antypodach w wymiarze 2. Lemat kombinatoryczny Tuckera, sferyczna specjalizacja lematu Spernera, są wykorzystywane w jednym z końcowych wykładów do dowodu twierdzenia o antypodach w wymiarze dowolnym.

Rozdział wstępny jest poświęcony początkom topologii. Autor musi przyznać, że miał trudności powiązania tego rozdziału z całością, bo pamiętajmy, że topologia powstawała w bogatym dla matematyki wieku dziewiętnastym i rozwijała się na uboczu jej głównych dyscyplin, czerpiąc z nich motywacje. Własną logikę początkowego rozwoju topologii dostrzega się z trudem lub dorabia się *ex post*. Do tych motywacji *ex post* należy nie istniejące historycznie powiązanie jej poprzez aksjomat Pascha z geometrią Euklidesa, ukazujące wzorzec i źródło twierdzeń o rozcinaniu przestrzeni euklidesowych.

Wykłady zatrzymują się w miejscu, w którym zaczyna się pojawiać potrzeba wyróżnienia orientacji przestrzeni. Jeszcze kilka kroków można by zrobić, nie wchodząc na drogę ogólnie przyjętej algebraizacji, ale już samo pojęcie orientacji — w istocie wyznacznika — nawet bez wchodzenia w algebraizację — byłoby zapoczątkowaniem nowego wątku.

Autor dziękuje słuchaczom wykładów, studentom kilku roczników matematyki, którym zawdzięcza zachętę do wykończenia rozproszonego tekstu. Zachętę tym cenniejszą, że czas nie jest dla topologii sprzyjający. Ciągłościowe widzenie matematyki ustępuje nowemu. Topologia też się przeobraża. Twierdzenia pozostają niezmiennie prawdziwe, ale ich los jest nierówny: jedne nabierają nowych znaczeń, inne idą w zapomnienie.

* * *

Zakończenie pracy było możliwe dzięki uzyskaniu grantu Uniwersytetu Śląskiego na tzw. badania własne.

Autor pragnie gorąco podziękować Recenzentom, którzy okazując wielką wyrozumiałość dla licznych drobnych usterek i uchybień technicznych przedstawionego im tekstu, zwrócili jednocześnie uwagę na istotne luki i przykre pomyłki natury matematycznej, dzięki czemu jest ich teraz zasadniczo mniej. Dużą pomocą dla autora była zachęta Profesora Piotra Wojtylaka, dyrektora Instytutu Matematyki Uniwersytetu Śląskiego i jednocześnie kierującego sprawami wydawniczymi Instytutu, która niemal zobowiązywała do sfinalizowania pracy.

W niełatwym końcowym etapie pracy wielką pomocą dla autora była współpraca z Panią Redaktor Grażyną Wojdałą. Z wielką starannością, trafiając w intencje autora, wykonała rysunki Pani Barbara Hakert.

WYKAZ NAZW

Antypodyzm 131
aproksymacja symplicjalna 59

Barycentrum 47
bryła triangulacji 54
bryły platońskie 17
brzeg (geometryczny) sympleksu 46
brzeg (topologiczny) zbioru 26

Deformacja 122
długość wektora 42
dodawanie dróg 165
dodawanie klas dróg równoważnych 166
droga 164
dywan Sierpińskiego 96

Ekstensor absolutny AE 67
ε-odwzorowanie 177

Graf 12
gwiazda wierzchołka sympleksu 45
gwiazda wierzchołka triangulacji 58
grupa podstawowa 169

Homotopia odwzorowań — ogólnie 120
homotopia (równoważność) dróg 165
homomorfizm wyznaczony przez odwzorowanie 174

Izomorfizm triangulacji 54

Jednosprzęgłość 212

Kombinacja liniowa 42
konfiguracja θ 31
konfiguracja (krzywa) θ w szerszym sensie 152
kostka Hilberta 71
kostka euklidesowa I^n n-wymiarowa 66
krotność pokrycia 111
krzywa trójkątowa Sierpińskiego 96
krzywa uniwersalna Sierpińskiego — patrz dywan
krzywa zwykła zamknięta 151

Liczba Lebesgue'a 70

Łamana 24
łamana zamknięta 24
łuk 144

Nakrycie 187
nakrycie wzorcowe okręgu przez prostą 178
nerw pokrycia 115
niezależność wektorów 42
numeracja Spernera 78

Obszar 25
odcinek 44
odwzorowanie nakrywające — patrz nakrycie
odwzorowanie istotne nieistotne w S^n 128
odwzorowanie istotne na Q^n 134
odwzorowanie w nerw pokrycia 116
odwzorowanie zachowujące antypodyzm 202

Pętla 165
podniesienie drogi 179
podniesienie odwzorowania 188
podział barycentryczny 50
podział przestrzeni E^n na sektory 53
podział symplicjalny — patrz triangulacja
położenie ogólne 56
powierzchnia Kleina 200
powierzchnia rzutowa 199
przedłużenie odwzorowania 65
przestrzeń euklidesowa n-wymiarowa E^n 43
przestrzeń jednospójna 170
przestrzeń lokalnie spójna 25
przestrzeń ściągalna 122
przestrzeń wektorowa 41
punkt stały odwzorowania 102
punkt incydencji pary odwzorowań 132

Retrakt, retrakcja, retrakt absolutny AR 68
rozcinanie, rozspajanie przestrzeni E^n 140
rzut stereograficzny 15

Składowa 25
sympleks wzorcowy n-wymiarowy 44
sympleks $\Delta(a_0,\ldots,a_n)$ 45

Ściana sympleksu 46

Torus 194
triangulacja 53
typ homotopii 126

Wielościan (bryła triangulacji) 57
własność punktu stałego 102
współrzędne barycentryczne 43
wstęga Möbiusa 127 (rys. 84)
wymiar pokryciowy 112
wymiar triangulacji 55

Zbiory jednakowo położone — położone inaczej 161—162
zbiór wypukły 46

WYKAZ TWIERDZEŃ

zadanie o mostach królewieckich 11
wzór Eulera (dla grafów na płaszczyźnie) 15
o bryłach platońskich 17
aksjomat Pascha 21
twierdzenie Jordana-Dehna (twierdzenie Jordana dla łamanych) 27
twierdzenie o konfiguracji (krzywej) θ 31
niespłaszczalność grafów Kuratowskiego 33
twierdzenie Moore'a o triodach 35
twierdzenie Schoenfliesa dla łamanych 36
lemat o wolnej przekątni 37
podział barycentryczny sympleksu 47
pierwsze twierdzenie o realizacji triangulacji 55
drugie twierdzenie o realizacji triangulacji (w E^{2n+1}) 56
twierdzenie o aproksymacji symplicjalnej 59
spostrzeżenie Lebesgue'a 61
lemat Urysohna 63
twierdzenie Tietzego 64
twierdzenie o zmniejszaniu zbiorów w pokryciach 69
lemat Lebesgue'a (liczba Lebesgue'a pokrycia) 70
zawartość kostki Hilberta 71
twierdzenia o nieistnieniu retrakcji sympleksu (kuli) na brzeg 74—80
lemat Spernera 77
twierdzenie Kuratowskiego-Steinhausa 81
twierdzenie Urbanika 83
twierdzenie o niepustości wnętrza przy zanurzeniu Δ^n w E^n 85

twierdzenie o niehomeomorficzności sympleksów różniących się wymiarami 87
twierdzenie o niehomeomorficzności przestrzeni euklidesowych różniących się wymiarami 87, 95
twierdzenie Spernera o zamocowaniu 88
twierdzenie o zachowaniu otwartości 94, 145
twierdzenie orzekające, że sfera S^n nie ma zanurzeń w E^n 96
twierdzenie Brouwera o punkcie stałym 102
twierdzenie Bohla 104
twierdzenie o nieistnieniu odwzorowania sympleksu (kuli) na brzeg będącego na brzegu antypodyzmem 105
kostka Hilberta ma własność punktu stałego 106
dim $\Delta^n = n$ (sprawdzian teorii wymiaru) 113
twierdzenie Mengera—Nöbelinga (o zanurzeniu w E^{2n+1}) 117
ściągalność przestrzeni wypukłych 122
nieściągalność sfer 123
niespłaszczalność wstęgi Möbiusa 127
o nieistotności odwzorowań wielościanów w sfery wymiaru wyższego 128
lemat o przedłużaniu homotopii 129
twierdzenie o przedłużaniu dla odwzorowań nieistotnych w S^n 131
twierdzenie o nieistnieniu odwzorowania kuli (sympleksu) na brzeg, które byłoby na brzegu odwzorowaniem istotnym 131
para odwzorowań koła na siebie bez punktów incydencji 132
twierdzenia Łokuciewskiego o punktach incydencji 133
twierdzenie Holsztyńskiego 135
twierdzenie Łokuciewskiego o punkcie stałym 135
własność punktu stałego dla kostki Hilberta i kontinuów wężowych 136
twierdzenie o przedłużaniu odwzorowań w S^n z podzbiorów domkniętych wielościanów 137
twierdzenie Borsuka o oddzielaniu punktu od nieskończoności 141
twierdzenie Borsuka o rozcinaniu 142
twierdzenie Jordana-Brouwera (stwierdzenie rozcinania E^n przez S^{n-1}) 144
lemat o faktoryzacji 148
o nieistotności odwzorowań przestrzeni zwartych metrycznych w sfery wymiaru wyższego 149
o nierozcinaniu przestrzeni E^n przez zbiory zwarte wymiaru $\leqslant n-2$, 149
twierdzenie Jordana 153
jeziora Wady 154
twierdzenie Schoenfliesa 156
sinusoida zagęszczona położona inaczej 161
zbiór Antoine'a (szkic konstrukcji) 163
jednospójność przestrzeni ściągalnych 170
jednospójność sfer S^n, $n \geqslant 2$ 171
twierdzenie o podnoszeniu dróg i homotopii dla nakrycia okręgu prostą 179—181
niejednospójność S^1 ($\pi_1(S^1) = Z$) 183
zasadnicze twierdzenie algebry 184
nieistnienie retrakcji wstęgi Möbiusa na brzeg 185
twierdzenie (ogólne) o jedyności podniesienia 188
twierdzenie (ogólne) o podnoszeniu dróg 189
twierdzenie (ogólne) o podnoszeniu homotopii 190
pewne kryterium istnienia podniesienia 192
nieistotność odwzorowań $S^n \to S^1$, $n \geqslant 2$, 194
grupa podstawowa torusa jest izomorficzna z $Z \times Z$ 197
nieabelowość grupy podstawowej krzywej ósemkowej 198

powierzchnia rzutowa jako rezultat sklejenia brzegami krążka i wstęgi Möbiusa 200
grupa podstawowa powierzchni rzutowej jest izomorficzna z Z_2 202
nieistnienie odwzorowań $S^2 \to S^1$ zachowujących antypodyzm 202
twierdzenie Borsuka-Ulama 204
twierdzenie Lusternika-Sznirelmana 205
twierdzenie o kanapce 206
pierwsze twierdzenie Janiszewskiego 210
drugie twierdzenie Janiszewskiego 211
o jednosprzęgłości sfer S^n, $n \geqslant 2$, 213
lemat Tuckera 216
twierdzenia o antypodach w dowolnych wymiarach 219

AUTORZY

Aleksandrow P. S. 56, 115, 118, 142
Alexander J. W. 39, 95, 163
Antoine L. 163
Arason J. K. 214

Bing R. H. 95, 105, 107, 108, 114, 136, 211
Blankenship W. A. 163
Bogomołowa W. 63
Bohl P. 74, 104
Bolzano B. 75
Borsuk K. 67, 75, 81, 106, 128, 129, 141, 142, 144, 204, 220
Brouwer L. E. J. 27, 61, 64, 75, 85, 88, 94, 102, 104, 112, 121, 144, 145, 154
Brown M. 39, 109

Cairns S. S. 12, 16, 109
Cantor G. 87
Cararathéodory C. 158
Cauchy A. 75
Chandler B. 169
Charaziszwili A. B. 105
Coldewey H.-D. 57, 158
Connel E. H. 107
Courant R. 1, 28
Crowell R. H. 171

Dauben J. W. 87
Dawidowiczowa A. 108
Dehn M. 27, 162, 198
Denjoy A. 162
Dębski W. 98, 109
Dodson M. M. 133
Duda E. 99
Duda R. 113
Dugundji J. 105, 107, 110, 135, 214

Eilenberg S. 148, 175, 183, 210
Engelking R. 22, 108, 118
Euklides 17
Euler L. 11, 16

Fary I. 1, 35
Flores A. 2, 4, 57, 117
Fox R. H. 171
Franz W. 110

Gale D. 108
Giblin P. J. 1, 35
Gołubiew W. W. 163
Gołuzin G. M. 92, 97
Gorelik G. E. 115
Granas A. 105, 107, 110, 135, 214
Greenberg M. J. 171
Griffiths H. B. 84

Hadwiger H. 109, 214
Hahn H. 64
Hamilton O. H. 106, 136
Harary F. 34, 35
Hausdorff F. 27, 153
Henderson D. W. 114
Hewitt E. 82
Hierholzer C. 12
Hilbert D. 22
Hilton P. J. 56, 124, 169, 183
Holsztyński W. 132, 135
Hopf H. 155
Hurewicz W. 109, 118

Janiszewski Z. 137, 147, 210, 211
Jaworowski J. 61
Jordan C. 27, 153
Jürgens E. 87
Juszkiewicz P. 11, 15

Kelley J. L. 22
Kerékjártó B., on 64, 121, 123, 161, 163
Kiełdysz L. 95
Kirkor A. 163
Kline 162
Knaster B. 102, 137, 155
Knebusch M. 214
Knill R. 107
Kołmogorow N. 15
Kosniowski C. 171, 202
Krasnosielski M. A. 214
Kuhn W. H. 108
Kuratowski K. 34, 68, 81, 102, 105, 115, 117, 118, 137, 147, 150, 155, 161, 163, 210
Ky Fan 214

Lebesgue H. 61, 112
Lefschetz S. 110, 214
Lelek A. 95, 108
Levy P. 155
Lietzmann W. 12
Listing J. B. 15
Lubański M. 155
Lüroth J. 87
Lusternik L. 109, 155, 156, 205

Łokuciewski O. 133, 134, 135

Magus W. 27, 169
Mańka R. 107
Massey W. S. 126, 165
Mayer J. 110
Mazurkiewicz S. 102, 149
Menger K. 117, 118
Mioduszewski J. 67, 98, 175
Möbius A. F. 5, 47
Moise E. F. 28, 57, 153
Moore R. L. 35, 161, 162

Nagami K. 118
Nagata J. 118
Newman M. H. A. 41, 108, 158
Nöbeling G. 117

Omiljanowski K. 161

Pasch M. 1, 17, 21
Parchomienko A. S. 96
Pasynkow B. 118
Patkowska H. 161
Peano G. 4
Pears A. R. 118
Pfister A. 214
Pittman C. R. 35
Poincaré H. 22, 165, 169
Pontriagin L. 58, 117, 184
Priwałow I. I. 158

Rademacher H. 14
Reich S. 134
Riedrich T. 108
Riesz F. 64, 162
Rinow W. 118, 138
Robbins H. 28
Robertsonowie A. P. i W. 45
Rudin M. E. 129

Schirmer H. 133
Schoenflies A. 36, 94, 154, 158
Seifert H. 121
Semadeni Z. 175
Sierpiński W. 72, 96, 98, 101
Sitnikow K. A. 99
Smart D. R. 110
Spanier E. 190
Sperner E. 77, 88, 92
Starbird M. 129
Staudt C., von 11
Steenrod N. 148, 175, 183
Steinhaus H. 33, 81, 84, 105, 108, 206
Stoiłow S. 92, 94, 101
Stożek W. 108
Straszewicz S. 211
Stromberg 82
Surówka W. 108
Szaszkin Ju. A. 3, 16, 109
Sznirelman L. 84, 205

Thomassen C. 34
Threlfall W. 121
Tietze H. 63, 64
Toeplitz O. 14
Tołstowa G. 117
Tucker A. W. 214

Ulam S. 204
Urbanik K. 83
Urysohn P. 63, 64, 149, 155

Veblen 27, 153
Vogt E. 2, 57, 158

Wallman H. 109, 118
Walt T., van der 107, 110
Waraszkiewicz Z. 136
Weiss B. 214
Whyburn G. T. 123, 212
Wilkosz W. 151, 210
Wiweger A. 62, 175
Wylie S. 56

Yoneyama K. 154

Zeeman E. G. 61, 171
Zieschang H. 57, 158

Redaktor
GRAŻYNA WOJDAŁA

Redaktor techniczny
ALICJA ZAJĄCZKOWSKA

Korektor
WŁODZIMIERZ DOBRZAŃSKI

Copyright © 1994
by Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Wszelkie prawa zastrzeżone

Wydawca
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
ul. Bankowa 12B, 40-007 Katowice

Wydanie I. Nakład 1500 + 50 egz. Ark. wyd. 21,0. Ark. druk. 14,5. Papier offset. kl. III 80 g, 70 × 100. Oddano do składania w sierpniu 1994 r. Podpisano do druku w grudniu 1994 r.
Zam. 426/94 Cena 65 000 zł (6 zł 50 gr)

Drukarnia Uniwersytetu Śląskiego
ul. 3 Maja 12, 40-096 Katowice

Jerzy Mioduszewski

Wykłady z topologii. Topologia przestrzeni euklidesowych

Wykaz ważniejszych błędów dostrzeżonych w druku

Strona	Wiersz od góry	Wiersz od dołu	Jest	Powinno być
13		16	K i b	K i L
32	podpis pod rys. 24		Nie ma trzeciego obszaru	Nie ma jeszcze jednego obszaru
38		6/7	z obwodu wielokąta W' na czworokąt M.	z obwodu wielokąta W'' do homeomorfizmu W'' na czworokąt N.
39	3/4		i $h(y)0$. Ten homeomorfizm przedłużamy	i $h(y)0$ przedłużamy
51	7		retrakcją przypisującą	odwzorowaniem przypisującym
51	13/14		Retrakcję r: $E^n \to \Delta^n$, która będzie nazywana *kanoniczną*, można	Odwzorowanie r: $E^n \to \Delta^n$, które będzie nazywane *retrakcją kanoniczną*, można
59		11	$K^0 \to K^0$	(skreślić)
59		9	K w L.	$K' \to L$.
106		14/15	większej niż ε. *Kontinua wężowe...*	większej niż ε. Można dowieść, że kontinua wężowe...
163	10/13		zaczepione o T, jak na rys. 108, które... nie będziemy przeprowadzać.	zaczepione o T, które w tym dopełnieniu nie są deformowalne do punktu; mówi się też, że dopełnienie tego zbioru — nazywanego *zbiorem Antoine'a* — ma nietrywialną grupę podstawową.
163	podpis pod rys. 108		Łuk Antoine'a	Zbiór Antoine'a
215	4		ono	on
230	6		Magus W.	Magnus W.